

Тема 5. Формализованные методы прогнозирования

- 1. Характеристика формализованных методов прогнозирования*
- 2. Прямолинейный тренд и его свойства*
- 3. Параболический тренд и его свойства*
- 4. Экспоненциальный тренд и его свойства*
- 5. Гиперболический тренд и его свойства*
- 6. Логарифмический тренд и его свойства*
- 7. Логистический тренд и его свойства*

$$\delta_c = \delta_I + \delta_M + \delta_B + \delta_C + \delta_H$$

где δ_c – суммарная ошибка;

δ_I – ошибки информации;

δ_M – ошибки метода прогнозирования;

δ_B – ошибки вычислительных процедур;

δ_C – ошибки, обусловленные субъективными факторами;

δ_H – нерегулярная составляющая ошибки.

Линейное уравнение тренда:

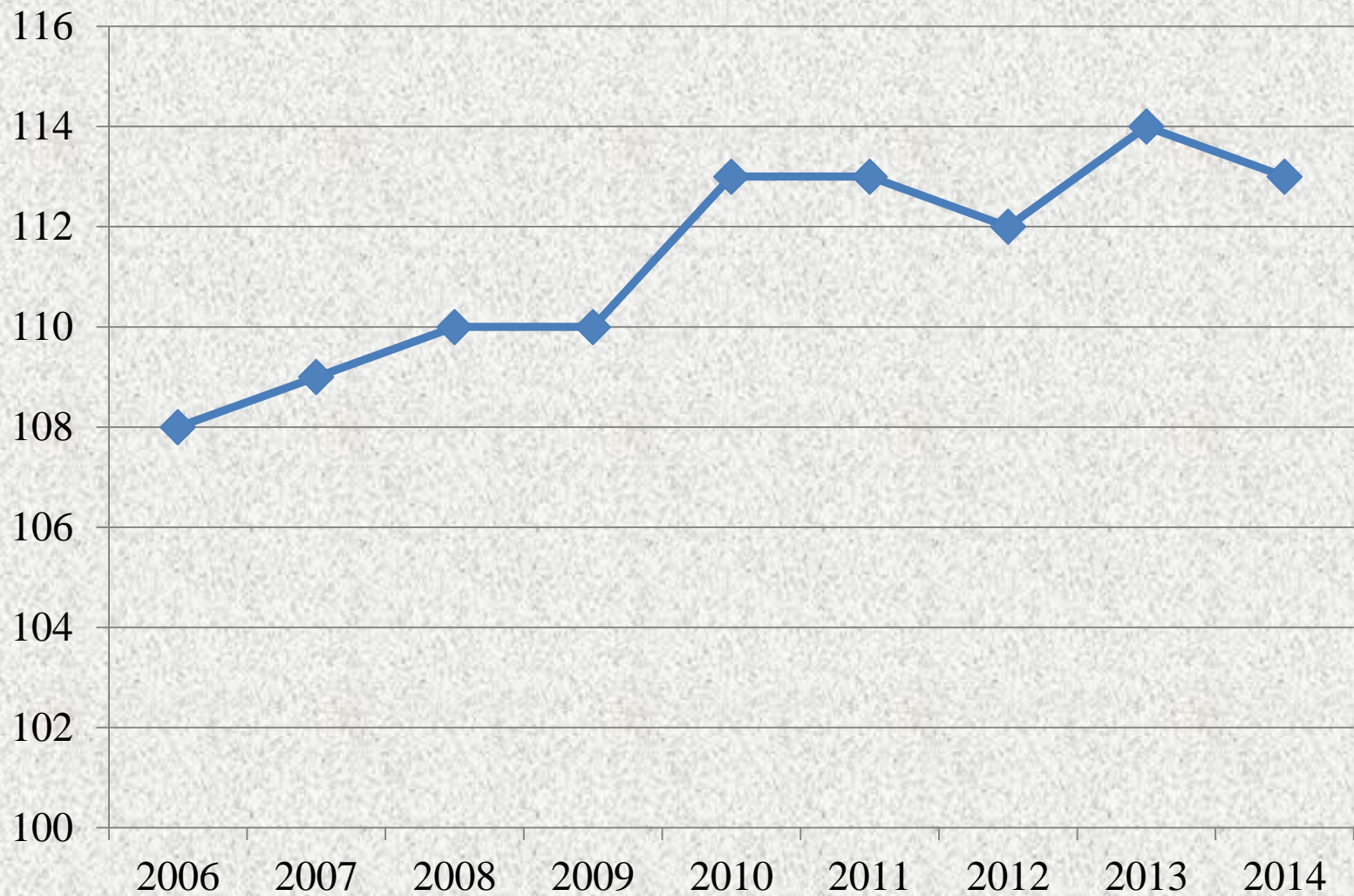
$$y_i = a + b \cdot t$$

y_i – выравненные уровни тренда для периодов времени с номером i .

a – свободный член уравнения;

b – среднее изменения уровней ряда за единицу времени;

t_i – номера моментов или периодов времени, к которым относятся уровни временного ряда.



Линейное уравнение тренда

Свойства линейного тренда:

- равные изменения за равные промежутки времени;
- если средний абсолютный прирост — положительная величина, то относительные приросты или темпы прироста постепенно уменьшаются;
- если среднее абсолютное изменение — отрицательная величина, то относительные изменения или темпы сокращения постепенно увеличиваются по абсолютной величине снижения к предыдущему уровню;

- если тенденция к сокращению уровней, а изучаемая величина является по определению положительной, то среднее изменение b не может быть больше среднего уровня a ;
- при линейном тренде ускорение, т.е. разность абсолютных изменений за последовательные периоды, равно нулю.

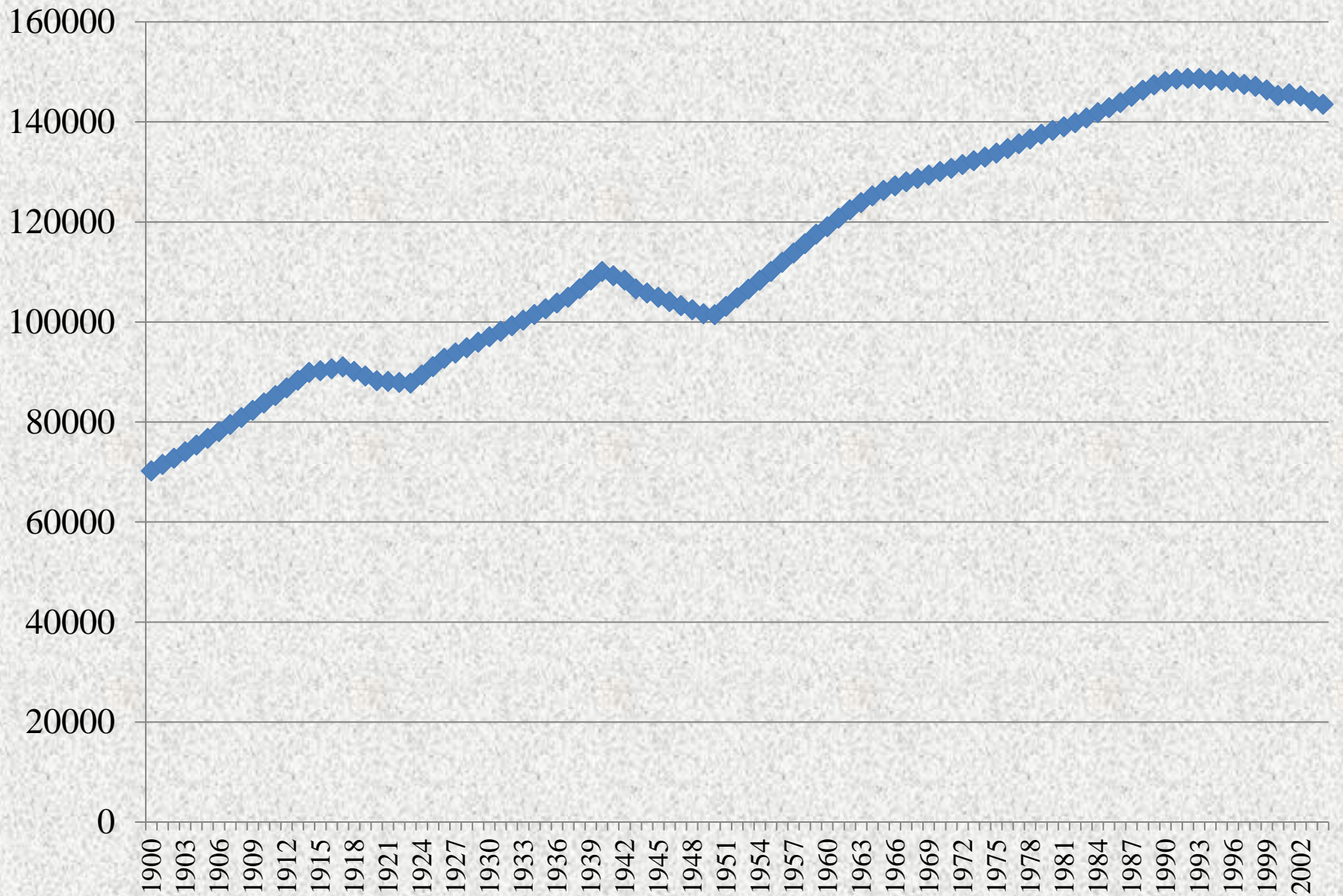
Параболическое уравнение тренда:

$$y_i = a + b \cdot t + c \cdot t^2$$

a – средний уровень тренда на начальный момент или период времени t ;

b – средний за весь период среднегодовой прирост;

c – половина среднего ускорения.



Динамика численности населения России, тыс. человек

Свойства тренда в форме параболы 2-го порядка:

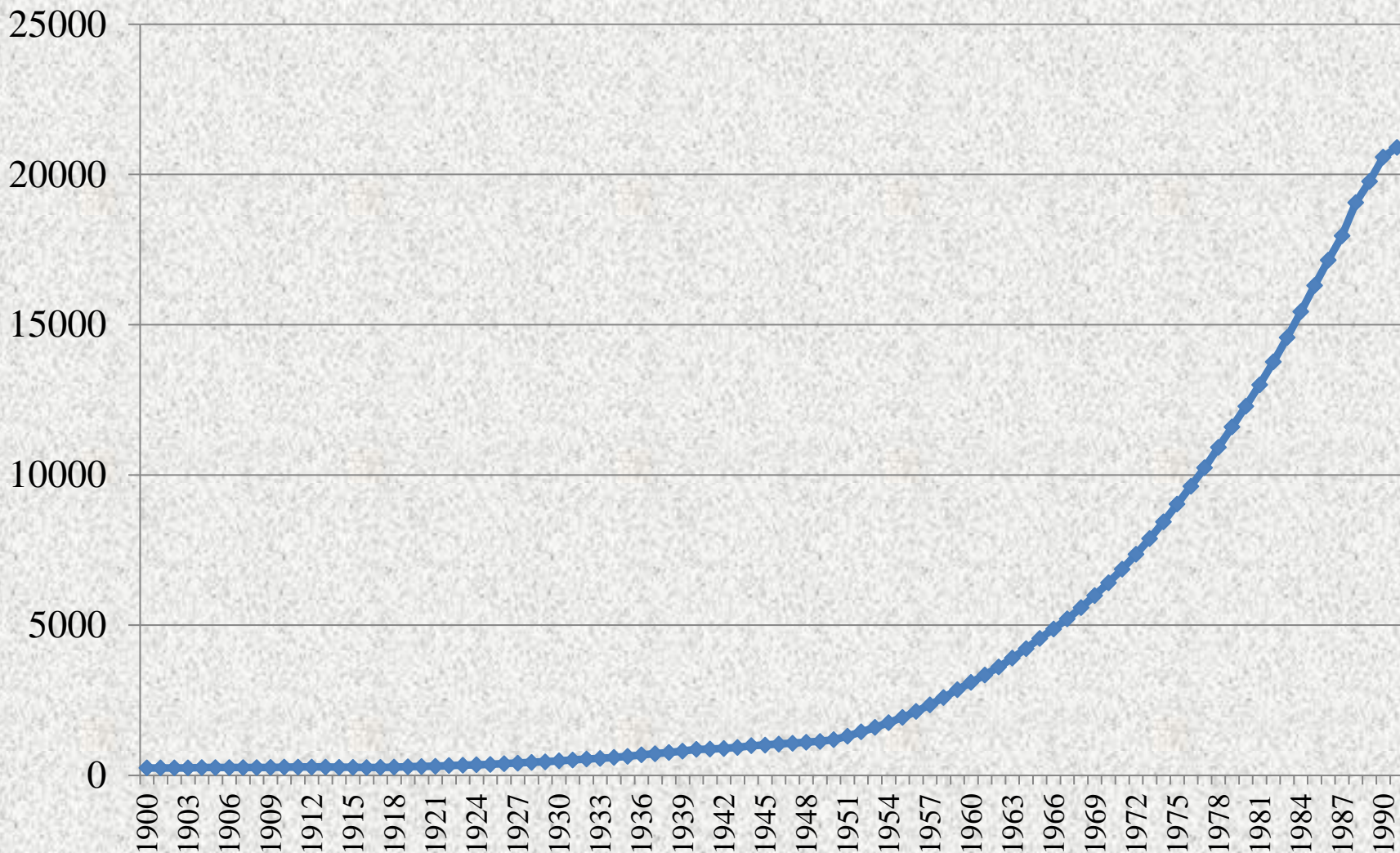
- абсолютные изменения за равные промежутки времени — неравные, но равномерно возрастающие или равномерно убывающие;
- парабола, рассматриваемая относительно ее математической формы, имеет две ветви: восходящую с увеличением уровней признака и нисходящую с их уменьшением;
- свободный член уравнения a как правило величина положительная, поэтому характер тенденции определяется знаками параметров b и c :

- а) при $b > 0$ и $c > 0$ имеем восходящую ветвь, т.е. тенденцию к ускоренному росту уровней;
- б) при $b < 0$ и $c < 0$ имеем нисходящую ветвь – тенденцию к ускоренному сокращению уровней;
- в) при $b > 0$ и $c < 0$ имеем либо восходящую ветвь с замедляющимся ростом уровней, либо обе ветви параболы, восходящую и нисходящую, если их по существу можно считать единым процессом;
- г) при $b < 0$ и $c > 0$ имеем либо нисходящую ветвь с замедляющимся сокращением уровней, либо обе ветви – нисходящую и входящую, если их можно считать единой тенденцией;

- при параболической форме тренда, в зависимости от соотношений между его параметрами, цепные темпы изменений могут либо уменьшаться, либо некоторое время возрасть

Экспоненциальный тренд:

$$y_i = a + b^t \text{ или } y_i = \exp(\ln a + \ln b \cdot t)$$



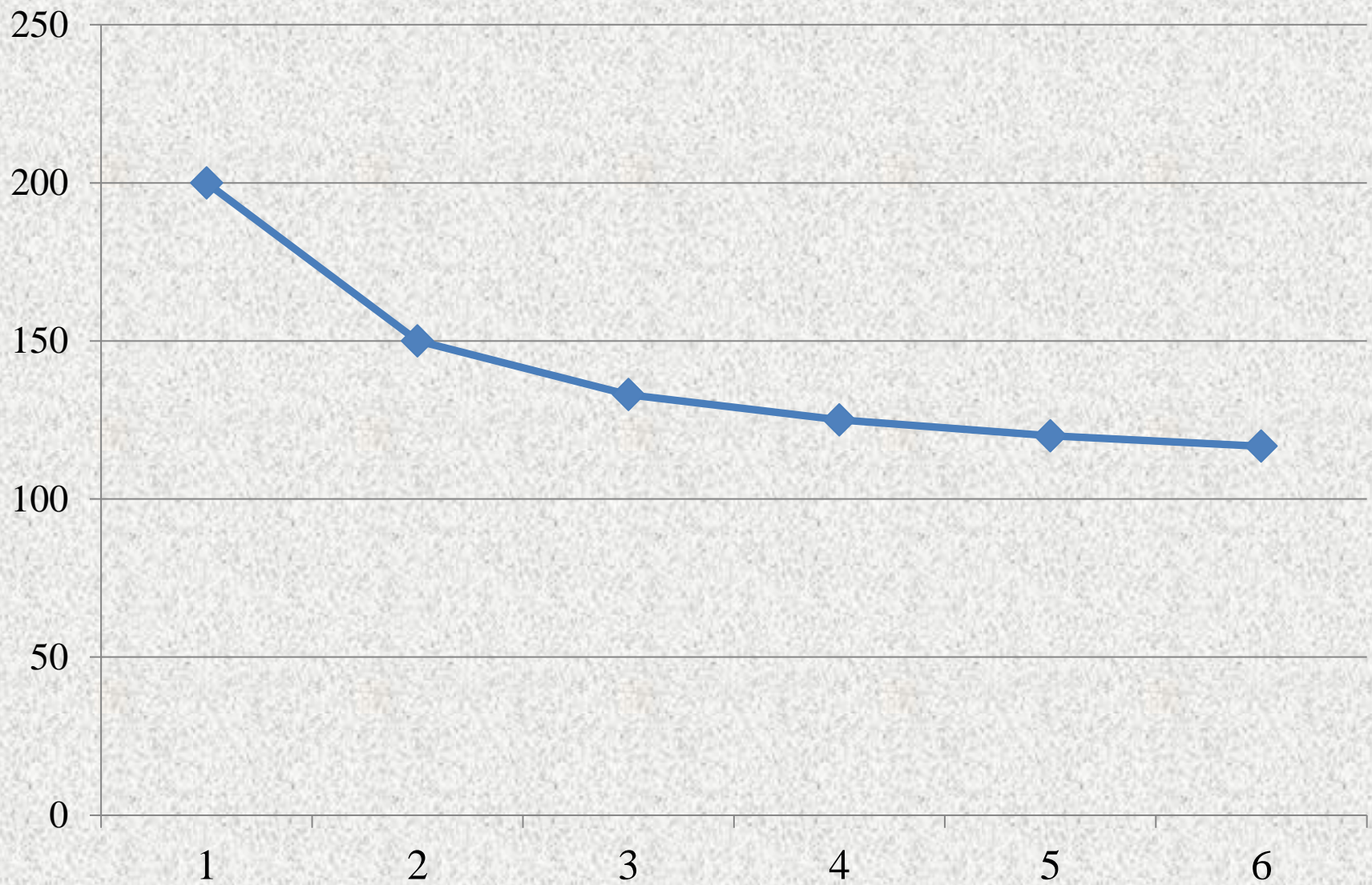
Национальное богатство России, млрд руб.

Свойства экспоненциального тренда:

- абсолютные изменения уровней тренда пропорциональны самим уровням;
- экспонента не имеет экстремумов, при $b > 1$ тренд стремится к бесконечности, при $b < 1$ тренд стремится к нулю;
- уровни тренда представляют собой геометрическую прогрессию, уровень периода с номером $t = m$ есть ab^m .
- при $b > 1$ тренд отражает ускоряющийся неравномерно рост уровней, при $b < 1$ тренд отражает замедляющееся неравномерно уменьшение уровней.

Гиперболический тренд:

$$y_i = a + \frac{b}{t}$$



Пример гиперболического тренда

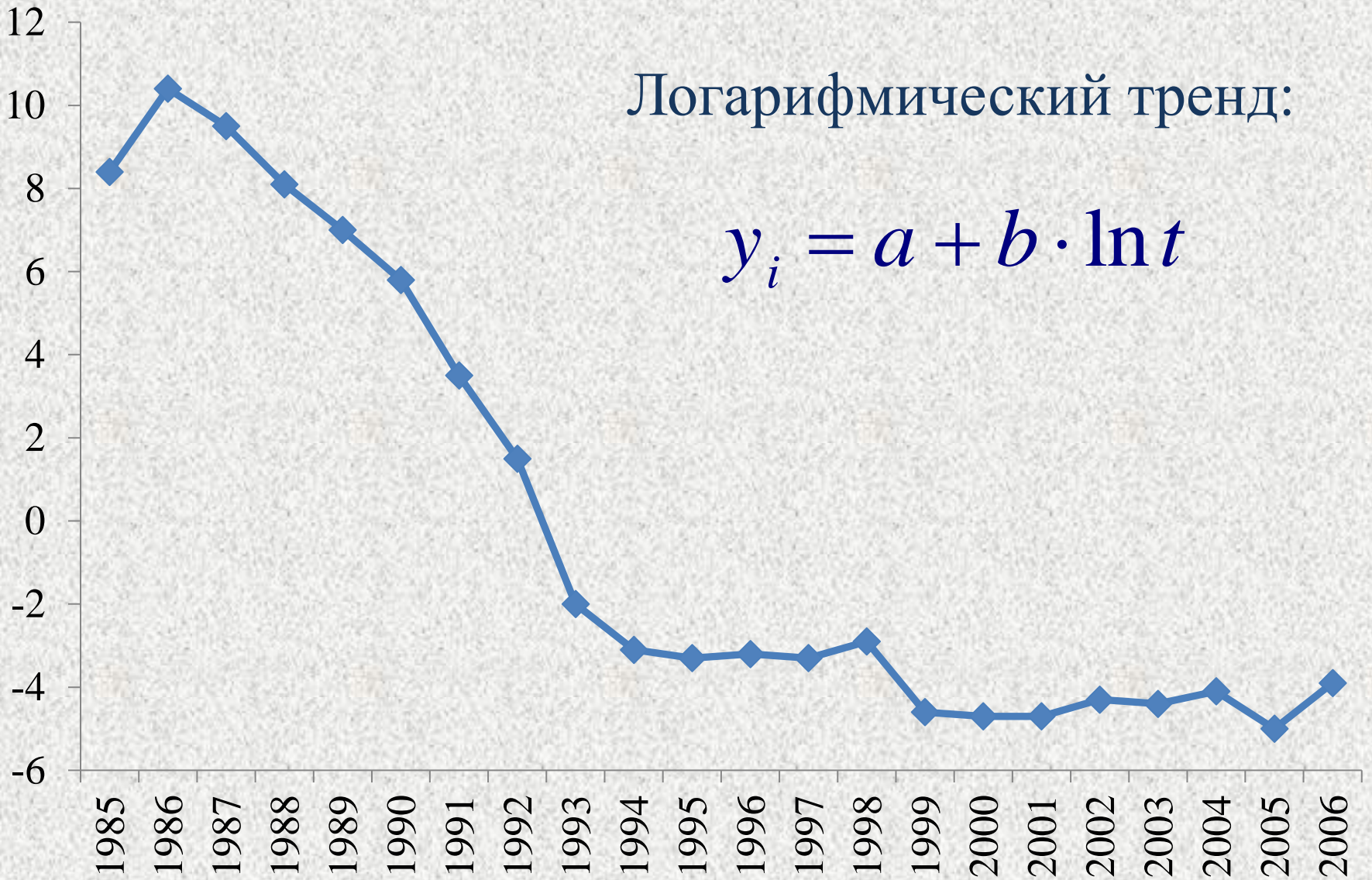
Свойства гиперболического тренда:

1) абсолютный прирост или сокращение уровней, ускорение абсолютных изменений, темп изменения – все эти показатели не являются постоянными. При $b > 0$ уровни замедленно уменьшаются, отрицательные абсолютные изменения, а также положительные ускорения тоже уменьшаются, цепные темпы изменения растут и стремятся к 100%;

2) при $b < 0$ уровни замедленно возрастают, положительные абсолютные изменения, а также отрицательные ускорения и цепные темпы роста замедленно уменьшаются, стремясь к 100%.

Логарифмический тренд:

$$y_i = a + b \cdot \ln t$$



Пример логарифмического тренда

Свойства логарифмического тренда:

- 1) если $b > 0$, то уровни возрастают, но с замедлением, а если $b < 0$, то уровни тренда уменьшаются, тоже с замедлением;
- 2) абсолютные изменения уровней по модулю всегда уменьшаются со временем;
- 3) ускорения абсолютных изменений имеют знак, противоположный самим абсолютным изменениям, а по модулю постепенно уменьшаются;
- 4) цепные темпы изменения постепенно приближаются к 100% при максимальных значениях t .

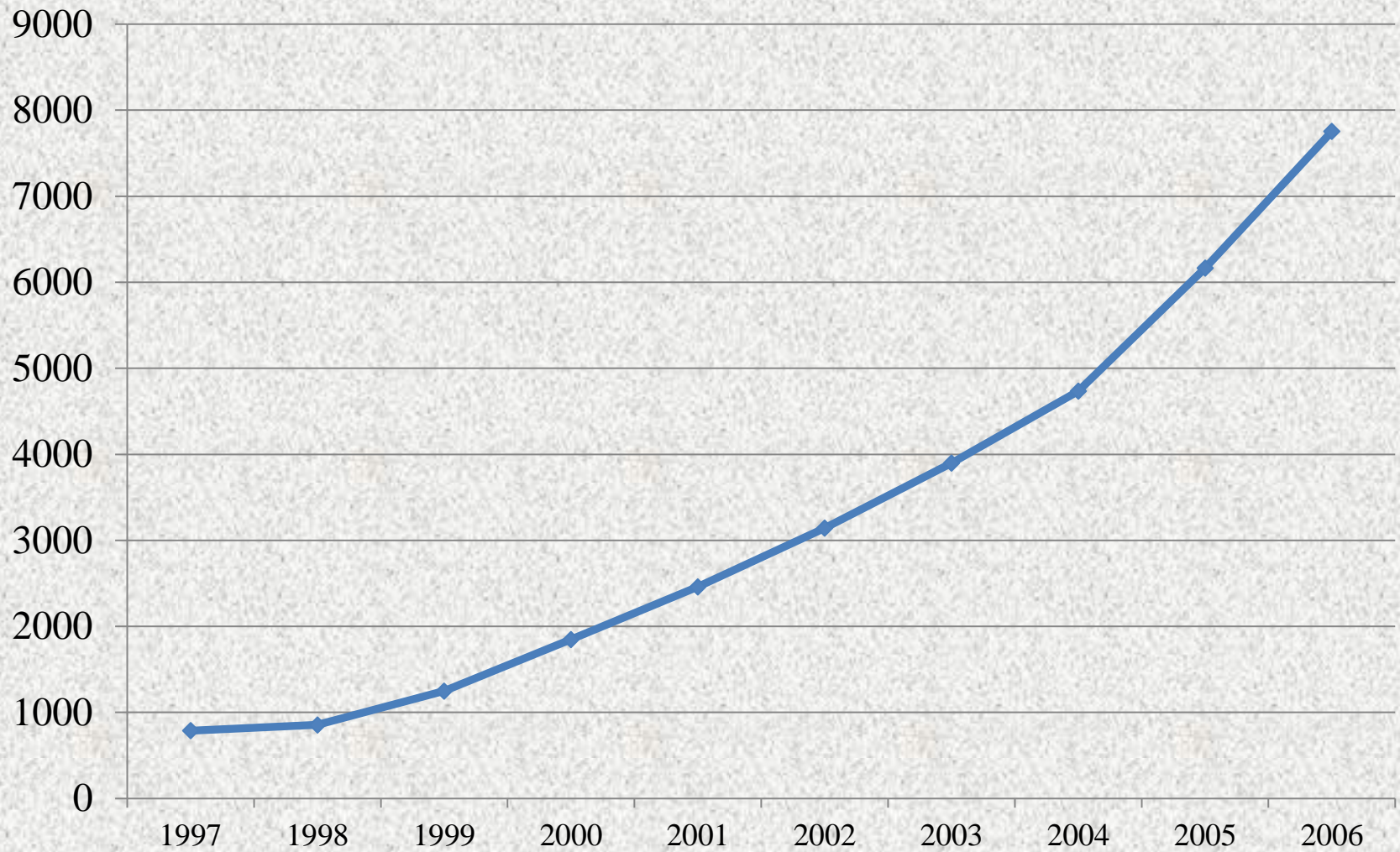
В диапазоне изменения уровней от нуля до единицы уравнение логистического тренда имеет

вид:

$$y_i = \frac{1}{e^{a+bt} + 1}$$

Если диапазон изменения уровней ограничен не нулем и единицей, а любыми значениями, определяемыми исходя из существа задачи, обозначаемыми y_{max} и y_{min} , то формула логистического тренда принимает вид:

$$y_i = \frac{y_{max} - y_{min}}{e^{a+bt} + 1} + y_{min}$$



Пример логистического тренда